



## MODELOS ENTEROS Y DE INVENTARIOS PS-4112

### Guía Ejercicios

### Unidad I

- 1) Considere el siguiente problema lineal con solo con enteros

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & 5X_1 + 8X_2 \\ \text{s.a} \quad & 6X_1 + 5X_2 \leq 30 \\ & 9X_1 + 4X_2 \leq 36 \\ & X_1 + 2X_2 \leq 10 \\ & X_1 \text{ y } X_2 \geq 0 \text{ y enteras} \end{aligned}$$

- a) Haga una gráfica para las restricciones de éste problema. Use puntos para indicar las soluciones enteras posibles
- b) Encuentre la solución óptima para la relajación de PL. Redondee para encontrar una solución entera factible
- c) Encuentre la solución entera óptima ¿Es la misma que la solución obtenida en el inciso (b) redondeando?
- 2) Una empresa dispone de dos tipos diferentes de inspectores (I1, I2) para el control de calidad de sus productos. Se necesita inspeccionar al menos 1 800 piezas al día (8 horas). Cada inspector del tipo I1 inspecciona 25 piezas a la hora, con un error del 2 %, y cada inspector del tipo I2 inspecciona 15 piezas a la hora, con un error del 5 %. Los sueldos por hora son de 4 y 3 unidades para los inspectores I1 e I2, respectivamente. El gasto por cada pieza errónea aparecida en la inspección es de 2 unidades. Sabiendo que la compañía dispone al día de un máximo de 8 inspectores tipo I1 y de 10 tipo I2,
- Formule un modelo PLE para determinar la cantidad de inspectores I1 e I2 que debe dedicar la empresa al control de calidad de los productos con el fin de obtener gasto mínimo.*
- 3) Vincent Cardoza es el propietario y director de un taller de maquinado que trabaja sobre pedido. El miércoles por la tarde recibió llamadas de dos clientes que necesitan órdenes urgentes. Un transportista de autos compactos necesita barras estabilizadoras. Una compañía de enganches para remolques requiere barras de remolque especiales para trabajo pesado. Ambos clientes quieren la mayor cantidad posible para el fin de semana (dos días hábiles). Como los dos productos usaran las mismas dos máquinas, Vincent debe decidir e informarles esta tarde cuantos productos de cada uno fabricará en los dos días siguientes.



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR

Cada barra de remolque requiere 3.2 horas en la máquina 1 y 2 horas en la 2. Cada barra estabilizadora requiere 2.4 horas en la maquina 1 y 3 en la 2. La máquina 1 estará disponible 16 horas en los próximos dos días y la 2 estará disponible 15 horas. La ganancia de cada barra de remolque producida será de \$130 y la de cada barra estabilizadora será de \$150.

Vincent quiere determinar la mezcla de estas cantidades de producción que maximizara su ganancia total.

- a) *Formule un modelo de PLE para este problema.*
- b) *Use un enfoque gráfico para resolver el modelo.*

- 4) El profesor Yataha necesita programar 6 viajes redondos entre Boston y Washington DC. Tres aerolíneas cubren la ruta: Eastern, US Air y Continental. No hay penalización por la compra de un boleto de viaje sencillo. Cada aerolínea ofrece millas de gratificación para viajeros frecuentes. Eastern otorga 1 000 millas por boleto (de viaje sencillo) y 5 000 millas más si la cantidad de boletos en un mes es de dos, y otras 5 000 millas si excede de 5 boletos. US Air ofrece 1 500 millas por viaje, más 10 000 extra por cada 6 boletos. Continental ofrece 1 800 millas, más 7 000 extra por cada 5 boletos.

*El Profesor Yataha desea repartir los 12 boletos de viaje sencillo entre las tres aerolíneas para maximizar el total de millas ganadas. ¿Cómo debe hacerlo? Formule un modelo de PLE.*

- 5) Una empresa de bienes raíces, Peterson & Johnson, analiza cinco proyectos de desarrollo posibles. La siguiente tabla muestra las ganancias a largo plazo estimadas (valor presente neto) que generaría cada proyecto y la inversión que se requiere para emprenderlo, en millones de dólares

	Proyecto de desarrollo				
	1	2	3	4	5
<b>Ganancia Estimada</b>	1	1.8	1.6	0.8	1.4
<b>Capital Requerido</b>	6	12	10	4	8

Los propietarios de la empresa, Dave Peterson y Ron Johnson, reunieron \$20 millones de capital de inversión para estos proyectos. Ellos quieren elegir la combinación de proyectos que maximice la ganancia total estimada a largo plazo (valor presente neto) sin invertir más de \$20 millones.

*Formule un modelo de PEB para este problema.*



- 6) Leatherco firmó un contrato para fabricar lotes de pantalones, chalecos y chamarras. Cada producto requiere una preparación especial de las máquinas necesarias en los procesos de fabricación. La siguiente tabla proporciona los datos pertinentes con respecto al uso de la materia prima (piel) y el tiempo de mano de obra junto con estimaciones de costos e ingresos. Se estima que el abasto actual de piel es de 3 000 pies<sup>2</sup>, y el tiempo de mano de obra disponible está limitado a 2 500 hrs.

	<b>Pantalones</b>	<b>Chalecos</b>	<b>Chamarras</b>
<b>Piel por unidad (pies<sup>2</sup>)</b>	5	3	8
<b>Tiempo de mano de obra por unidad (hrs.)</b>	4	3	5
<b>Costo de producción por unidad (\$)</b>	30	20	80
<b>Costo de preparación del equipo por lote (\$)</b>	100	80	150
<b>Precio por unidad (\$)</b>	60	40	120
<b>Cantidad mínima de unidades necesarias</b>	100	150	200

*Formule este problema para determinar la cantidad de unidades que le Leatherco debe fabricar de cada producto*

- 7) Hay que planificar la producción de 2 000 unidades de un determinado producto, para lo que se dispone de tres máquinas de las que se detallan su costo fijo  $K_j$ , el costo por unidad de producción ( $c_j$ ) así como la capacidad de producción de cada una de ellas ( $C_j$ )

<b>Máquina</b>	<b><math>K_j</math></b>	<b><math>c_j</math></b>	<b><math>C_j</math></b>
<b>1</b>	100	10	600
<b>2</b>	300	2	800
<b>3</b>	200	5	1 200

*Formule el modelo para determinar el número de unidades a fabricar en cada máquina que minimice el costo total de producción del lote de 2 000 unidades.*

- 8) Un problema que afronta todos los días un electricista consiste en decidir que generadores conectar. El electricista en cuestión tiene tres generadores con las características que se muestran en la tabla siguiente



Generador	Costo fijo de conexión (\$)	Costo por periodo por Mw usado (\$)	Capacidad máxima en cada periodo (Mw)
A	3 000	5	2 100
B	2 000	4	1 800
C	1 000	7	3 000

Hay dos periodos en el día. En el primero se necesitan 2 900 Mw. En el segundo 3 900 Mw. Un generador que se conecte para el primer periodo puede ser usado en el segundo sin causar un nuevo gasto de conexión. Todos los generadores principales (como lo son A, B y C de la tabla) son apagados al término del día.

*Formule este problema como un PLEM*

- 9) Una empresa tiene la exclusiva para la distribución de un producto en 4 poblaciones. En un estudio de mercado se ha determinado la demanda potencial anual, según se muestra en la siguiente tabla:

Población 1	Población 2	Población 3	Población 4
3 000 unidades	2 000 unidades	2 500 unidades	2 700 unidades

Se sabe que los costos de transporte son de \$0.02 por Km y unidad transportada. La distancia entre las poblaciones es la que figura en la tabla siguiente:

	Población 1	Población 2	Población 3	Población 4
Población 1	-	25Km	35Km	40Km
Población 2	25Km	-	20Km	40Km
Población 3	35Km	20Km	-	30Km
Población 4	40Km	40Km	30Km	-

Para abaratar los costos de transporte se decide instalar dos almacenes con capacidad para 6 000 unidades cada uno, en dos de estas cuatro poblaciones. El costo de apertura y mantenimiento de un almacén se ha estimado en un equivalente a \$60 000 anuales. Se pide:

*Escribir un modelo de optimización para determinar en qué poblaciones deben instalarse los almacenes y cómo quedará servida la demanda de cada población.*



- 10) La junta de directores de una empresa manufacturera está estudiando el conjunto de inversiones que aparece en la tabla siguiente.

Inversión	Condiciones
1	Ninguna
2	Solo si 1
3	Solo si 2
4	Se hará si 1 y 2
5	No si 1 o 2
6	No si 2 y 3
7	Solo si 2 y no 3

Sean  $R_i$  y  $C_i$  respectivamente el rendimiento total y el costo de la inversión  $i$ .

*La junta desea maximar el rendimiento total invirtiendo no más de  $M$  de dólares en total, elabore este problema como un PLE.*

- 11) Una compañía de transportes tiene 10 camiones con capacidad 40 000 libras y 5 camiones de 30 000 libras. Los camiones grandes tienen un costo de 0.30 \$/Km y los pequeños de 0.25 \$/Km. En una semana la empresa debe transportar 400 000 libras en un recorrido de 800 millas. La posibilidad de otros compromisos recomienda que por cada dos camiones pequeños mantenidos en reserva debe quedarse por lo menos uno de los grandes.

*Utilizando la PLE, ¿Cuál es el número de camiones de ambas clases que deben movilizarse para ese transporte de forma óptima y teniendo en cuenta las restricciones descritas?*

- 12) La compañía Toys R4 ha desarrollado dos nuevos juguetes para su posible inclusión en la línea de productos la próxima temporada de Navidad. La preparación de instalaciones para iniciar la fabricación costaría \$50 000 en el caso del juguete 1 y \$80 000 en el del juguete 2. Una vez cubiertos estos costos, se obtendría una ganancia unitaria de \$10 por el juguete 1 y \$15 por el juguete 2.

La compañía tiene dos plantas que pueden producir estos juguetes. Sin embargo, para evitar la duplicidad de costos de preparación, solo se usara una de ellas, y la elección depende de la maximización de la ganancia. Por razones administrativas, se usará la misma planta para ambos juguetes nuevos si se producen los dos. El juguete 1 se puede producir a una tasa de 50 unidades por hora en la planta 1 y 40 por hora en la 2. El juguete 2 se puede producir a una tasa de 40 unidades por hora en la planta 1 y 25 por hora en la 2. Las plantas 1 y 2 tienen 500 y 700 horas de producción disponibles, respectivamente, antes de Navidad, que se pueden usar para producir estos juguetes. No se sabe si estos juguetes continuaran fabricándose después de Navidad. Por lo tanto, el problema es determinar cuántas unidades (si se fabrican) de cada juguete nuevo deben producirse antes de Navidad a fin de maximizar la ganancia total.

*Formule un modelo de PLEM para este problema.*



- 13) Tres servicios médicos constan de 10, 6 y 4 médicos respectivamente; cada médico atiende como máximo a 10 pacientes. El costo de cada paciente es en el Servicio 1 es de \$10 /día, en el Servicio 2 de \$20 /día y en el Servicio 3 de \$25/día, y el presupuesto total diario de los tres servicios de \$2 400. Además, entre los dos primeros servicios deben tratar como mínimo el doble de pacientes que el Servicio 3.
- a) *Plantear el problema, como un problema PLE, para encontrar cuántos pacientes deben ser atendidos diariamente en cada servicio, con el objetivo de maximizar el número total de personas atendidas.*
- b) *Se ha aumentado el presupuesto diario a \$3 200. El hospital tiene que decidir entre abrir un cuarto servicio médico con 5 nuevos médicos y con un costo por paciente de \$22 /día, o aumentar en dos médicos cada uno de los servicios ya existentes. Plantear el problema, como un problema PLE, para encontrar cuántos pacientes deben ser atendidos diariamente en cada servicio, con el objetivo de maximizar el número total de personas atendidas.*
- 14) La compañía aérea Fly-Right construye jets pequeños que vende a corporaciones para uso ejecutivo. Para cumplir con sus necesidades, en ocasiones los clientes ordenan aviones con diseño especial. Cuando es así, se incurre en un costo de preparación para iniciar la producción de las aeronaves. Fly-Right acaba de recibir pedidos de tres clientes con fechas de entrega cercanas. Debido a que las instalaciones de producción están comprometidas para cumplir contratos anteriores, no podrán aceptar los tres pedidos. En consecuencia, debe decidirse el número de aviones que producirán (si lo hacen) para cada uno de los tres clientes. Los datos relevantes se presentan en la siguiente tabla. El primer renglón contiene los costos fijos para iniciar la producción de aviones de cada cliente. Con la producción en marcha, el ingreso neto marginal (precio de compra menos costo marginal de producción) de cada avión se presenta en el segundo renglón. El tercero contiene los porcentajes de capacidad de producción disponibles para cada avión. El último renglón indica el número máximo de aviones pedidos por cada cliente (pero aceptarían menos).

	Cliente		
	1	2	3
<b>Costo de arranque</b>	\$3 mill	\$2 mill	0
<b>Ingreso neto marginal</b>	\$2 mill	\$ 3 mill	\$0,8 mill
<b>Capacidad usada/avión</b>	20%	40%	20%
<b>Pedido máximo</b>	3 aviones	2 aviones	5 aviones

Fly-Right desea determinar cuántos aviones debe producir para cada cliente (si lo hace) de modo que se maximice su ganancia total.

- a) *Formule un modelo PLE para resolver éste problema*



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR

- 15) Reconsidere el problema (14) de Fly-Right. Un análisis más detallado de los factores de costo e ingreso indica que la ganancia potencial de producir los aviones de cada cliente no se puede expresar sólo en términos del costo fijo y un ingreso neto marginal por avión producido. Más bien, las ganancias se proporcionan en la siguiente tabla.

	Ganancias por cliente		
Aviones producidos	1	2	3
0	0	0	0
1	-\$1 mill	\$1 mill	\$1 mill
2	\$2 mill	\$5 mill	\$3 mill
3	\$4mill		\$5mill
4			\$6 mill
5			\$7 mill

*Formule un modelo de PLE para manejar este problema que incluya restricciones para las alternativas mutuamente excluyentes.*

**MODELOS ENTEROS Y DE INVENTARIOS PS-4112**

**Prof. Alexis Castro**